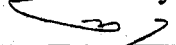


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра
образования Республики Беларусь

 В.А.Богуш

« 20 » 05 2015г.
Регистрационный № ТД-Q.514 /тип.

Геометрия и алгебра

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальностей**

1- 31 03 03 Прикладная математика (по направлениям),

1-31 03 04 Информатика

1- 31 03 05 Актуарная математика;

направлений специальностей

1- 31 03 06 - 01 Экономическая кибернетика

(математические методы и компьютерное моделирование в экономике),

1- 98 01 01- 01 Компьютерная безопасность

(математические методы и программные системы)


СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному
образованию

 И. Толстик
« 20 » 05 2015 г.

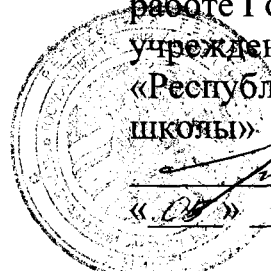
СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь

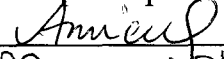
 С.И. Романюк
« 20 » 05 2015 г.

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»

 И.В. Титович
« 20 » 05 2015 г.

Эксперт-нормоконтролер

 А.А. Денисенко
« 30 » 04 2015 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Г.П. Размыслович, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.В. Филиппов, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.М. Ширяев, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

М.П. Дымков, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 17.04.2014г.).

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 15.05.2014г.).

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22.04.2014г.).

Научно-методическим советом по компьютерной безопасности учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 7 от 22.04.2014г.).

Ответственный за редакцию:

Г.П.Размыслович

Ответственный за выпуск:

А.В.Филиппов

Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Геометрия и алгебра» разработана в соответствии с типовыми учебными планами и образовательными стандартами первой ступени высшего образования по специальностям 1- 31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1- 31 03 05 «Актuariя математика»; направлений специальностей 1- 31 03 06 - 01 «Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)», 1- 98 01 01- 01 «Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы)».

Учебная дисциплина «Геометрия и алгебра» знакомит студентов с основными понятиями аналитической геометрии и высшей алгебры.

Базой для изучения данной учебной дисциплины являются учебные дисциплины «Алгебра» и «Геометрия», изучаемые в средней школе.

Геометрия и алгебра является базовой математической учебной дисциплиной. Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Геометрия и алгебра», используются при изучении учебных дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Вычислительные методы алгебры», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации», а также при изучении ряда учебных дисциплин специализаций.

Цель преподавания учебной дисциплины «Геометрия и алгебра»:

- во-первых, дать глубокие знания по одному из основных разделов учебной дисциплины высшей математики, имеющего тесную связь с многочисленными прикладными проблемами и богатые приложения;
- во-вторых, создать фундамент, необходимый для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин;
- в-третьих, сформировать одну из основных частей банка знаний специалистов университетского уровня в избранной области деятельности.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Геометрия и алгебра» – изучение аналитической геометрии и основ высшей алгебры.

При изложении учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата геометрии и алгебры при решении как чисто теоретических, так и прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения алгоритмов полученных результатов с целью их реализации при помощи средств вычислительной техники.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве;
- основные понятия высшей алгебры;
- основы линейной алгебры;

уметь:

- применять метод координат при исследовании алгебраических кривых и поверхностей первого и второго порядков;

–решать основные задачи теории векторных, евклидовых и унитарных пространств;

–решать системы линейных алгебраических уравнений;

–применять аппарат аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач специальности;

владеть:

–аппаратом алгебры и аналитической геометрии;

–навыками исследования геометрических объектов, задаваемых уравнениями первой и второй степени;

–навыками использования матричных методов для решения задач линейной алгебры.

Типовая учебная программа рассчитана на 424 учебных часа, в том числе 272 аудиторных часа, примерное распределение которых по видам занятий включает: лекции – 136 часов, практические занятия – 136 часов.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамены, зачеты.

В результате изучения учебной дисциплины специалист должен владеть следующими академическими компетенциями (АК), социально-личностными (СЛК) и профессиональными компетенциями (ПК):

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Уметь работать самостоятельно.

АК-3. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-1. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

**Примерный тематический план
для специальностей 1-31 03 03, 1-31 03 05
и направлений специальностей 1-31 03 06-01 и 1-98 01 01-01**

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1	2	3	4	5
	Введение.	1	1	
	Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.			
1.	Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве.	5	3	2
2.	Векторы.	16	8	8
3.	Прямые и плоскости.	22	10	12
4.	Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве.	20	10	10
	Раздел 2. Теория чисел.			
5.	Делимость чисел.	-	-	-

6.	Простые и составные числа.	-	-	-
7.	Числовые сравнения.	-	-	-
8.	Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным.	-	-	-
9.	Приложения теории чисел.	-	-	-
	Раздел 3. Алгебра.			
10.	Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле.	8	4	4
11.	Комплексные числа.	12	6	6
1	2	3	4	5
12.	Многочлены	20	10	10
13.	Матрицы и определители.	24	12	12
14.	Векторные пространства.	40	20	20
15.	Линейные отображения.	24	12	12
16.	Полиномиальные матрицы.	24	12	12
17.	Квадратичные формы.	20	10	10
18.	Евклидовы и унитарные пространства.	20	10	10
19.	Изометрические и симметрические преобразования	8	4	4
20.	Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица	8	4	4
	Всего часов	272	136	136

Примерный тематический план для специальности 1-31 03 04

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Практические занятия
1	2	3	4	5
	Введение.	1	1	
	Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.			
1.	Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве.	7	3	4
2.	Векторы.	16	8	8
3.	Прямые и плоскости.	20	10	10
4.	Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве.	20	10	10
	Раздел 2. Теория чисел.			
5.	Делимость чисел.	4	2	2
6.	Простые и составные числа.	4	2	2
7.	Числовые сравнения.	4	2	2
8.	Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным.	4	2	2

9.	Приложения теории чисел.	8	4	4
	Раздел 3. Алгебра.			
10.	Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле.	8	4	4
11.	Комплексные числа.	12	6	6
12.	Многочлены	16	8	8
13.	Матрицы и определители.	20	10	10
14.	Векторные пространства.	38	18	20
15.	Линейные отображения.	20	10	10
1	2	3	4	5
16.	Полиномиальные матрицы.	20	10	10
17.	Квадратичные формы.	20	10	10
18.	Евклидовы пространства.	16	8	8
19.	Изометрические и симметрические преобразования.	8	4	4
20.	Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица.	6	4	2
	Всего часов	272	136	136

Содержание учебного материала

Введение

Предмет дисциплины «Геометрия и алгебра». Исторические сведения о развитии этого раздела математики. Роль и место геометрии и алгебры в системе математического образования.

Раздел 1. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

1. Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве

Метод координат на прямой, плоскости и в пространстве. Прямоугольная, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

2. Векторы

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

3. Прямые и плоскости

Различные виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей.

4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве. Приведение уравнений линий и поверхностей второго порядка к каноническому виду.

Раздел 2. Теория чисел¹

5. Делимость чисел

¹ Раздел «Теория чисел» не является обязательным для специальностей 1-31 03 03, 1-31 03 05 и направлений специальностей 1-31 03 06-01 и 1-98 01 01-01.

Свойства отношения делимости целых чисел. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.

6. Простые и составные числа

Простые числа и их свойства. Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Свойства взаимной простоты. Разложение числа в произведение элементарных делителей.

7. Числовые сравнения

Сравнения целых чисел по данному модулю и их свойства. Кольцо вычетов по данному модулю. Приведенная группа вычетов. Функция Эйлера, свойства. Теорема Эйлера, малая теорема Ферма.

8. Сравнения и системы сравнений первой степени с одним неизвестным

Решение сравнений первой степени. Существование первообразного элемента по простому модулю. Свойства индексов. Решение показательных и степенных сравнений. Решение систем линейных уравнений над кольцом целых чисел. Китайская теорема об остатках.

9. Приложения теории чисел

Разделение секрета и пороговая схема. Протокол Диффи-Хелмана. RSA-криптосистема и система цифровой подписи на её основе.

Раздел 3. Алгебра

10. Алгебраическая операция. Группа, кольцо, поле

Бинарное отношение. Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентности. Алгебраическая операция. Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизмы полей.

11. Комплексные числа

Поле комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа. Корни из единицы.

12. Многочлены

Кольцо многочленов над полем. Деление с остатком. Алгоритм Евклида над кольцом полей. Схема Горнера. Корни многочлена. Разложение многочленов на неприводимые многочлены. Интерполяция. Неприводимые многочлены над полями действительных и комплексных чисел.

13. Матрицы и определители

Матричная алгебра. Определители. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса. Матричные уравнения.

14. Векторные пространства

Векторное (линейное) пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и размерность. Подпространства. Линейные оболочки. Сумма и пересечение подпространств. Ранг системы векторов. Ранг

матрицы и теорема о базисном миноре. Критерий совместности систем линейных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений.

15. Линейные отображения

Линейные отображения. Изоморфизм векторных пространств. Ядро и образ линейного преобразования (оператора). Собственные векторы и собственные значения. Характеристическая матрица и характеристический многочлен. Операторы простой структуры.

16. Полиномиальные матрицы

Полиномиальные матрицы. Критерии эквивалентности полиномиальных матриц. Критерий подобия матриц. Минимальный многочлен. Теорема Гамильтона-Кели. Нормальные формы матриц: жорданова нормальная форма матрицы, обобщенная жорданова форма матрицы, нормальная форма Фробениуса.

17. Квадратичные формы

Билинейные и квадратичные формы. Метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Критерии эквивалентности квадратичных форм над полями действительных и комплексных чисел. Приведение квадратичной формы к каноническому виду при помощи ортогональных преобразований. Знакоопределённые квадратичные формы.

18. Евклидовы и унитарные² пространства

Свойства скалярного произведения в евклидовых и унитарных пространствах. Длина вектора. Матрица Грама и матрица скалярного произведения. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

19. Изометрические и симметрические преобразования

Изометрический оператор. Самосопряжённый оператор. Разложение произвольного линейного оператора в произведение изометрического и самосопряжённого операторов.

20. Векторные и матричные нормы. Псевдообратная матрица

Векторные и матричные нормы. Эквивалентность норм. Псевдообратная матрица Мура-Пенроуза. Нормальное псевдорешение системы линейных уравнений.

Информационно-методическая часть

Литература

Основная

1. Беняш-Кривец В.В., Мельников О.В. Лекции по алгебре: группы, кольца, поля. Изд-во БГУ, Минск, 2008г. 116с.
2. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. М., 2005г., 400с.

² Тема «Унитарные пространства» не является обязательной для специальности 1-31 03 04 «Информатика».

3. Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. – Мн., “Университетское”, 1989, 222с
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: “Наука”, 1974г., 232с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: “Наука”, 1981г., 294с
6. Лидл Р., Нидерайтер Р. Конечные поля. М., 1989г., 428с
7. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. I. – Мн., “Выш. школа”, 1976г., 544с.
8. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. II. – Мн., “Выш. школа”, 1984г., 302с.
9. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М., «Академия», 2008г., 272с.
10. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Геометрия и алгебра. – Мн., “Университетское”, 1987г., 350с.
11. Размыслович Г.П., Феденя М.М., Ширяев В.М. Сборник задач по геометрии и алгебре. – Мн., “Университетское”, 1999г., 384с.
12. Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Мн., “Выш. школа”, 1976г., 544с.
13. Ширяев В.М. Прикладная алгебра. Теория чисел. Сборник задач. Мн: Изд-во БГУ, 2009г., 152с.
14. Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. Т1., Мн: Вышэйшая школа, 1986, 272с.
15. Шнеперман Л.Б. Курс алгебры и теории чисел в задачах и упражнениях. Т2., Мн: Вышэйшая школа, 1987, 256с.

Дополнительная

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: “Наука”, 1984г., 320с.
2. Воеводин В.В. Линейная алгебра. – М., “Наука”, 1990, 400с.
3. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: “Наука”, 1967г., 575с.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: “Наука”, 1980, 240с.
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., “Наука”, 1975, 431с.
6. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: “Наука”, 1986г., 304с.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: “Наука”, 1978г., 384с.
8. Фаддеев Д.Н., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: “Наука”, 1977, 188с.

Диагностика компетенций студентов

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) вариантов курсов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам учебной дисциплины.

Текущий контроль усвоения знаний рекомендуется осуществлять в виде собеседований и коллоквиумов по теоретическому материалу и в виде письменных контрольных работ и отчетов по домашним заданиям по практическому материалу.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамены, зачеты.